



Limit - Türev - İntegral

Limit, türev ve integralin ilk olarak geometrik tanımlarını vererek sizin daha iyi anlamanızı sağlayacağız ve ardından bunları biraz matematikle süsleyip önünüze sereceğiz.

Bir fonksiyonun limiti nasıl bulunur? Limit nedir? Bunun **calculus** derslerinde duyduğumuz tanjant çizgisi ve eğimle ne alakası var? Türev nedir? Limitle ne ilgisi var? Nerede kullanılırlar? İntegral ne işe yarar vb soruları cevaplayacağız.

En basitinden aşağıdaki şu fonksiyonu ele alalım:



Değişimi bulmak önemlidir çünkü her şey değişir. En basitinden işe, eve yahut okula giderken belli bir yolu belli bir zamanda alırız ve aldığımız yol zamanın bir fonksiyonudur . Bunun, bahsedeceğimiz konularla çok yakından ilgisi var.

Eğer yukarıdaki fonksiyon gibi fonksiyonlarda belli bir noktadaki ortalama değişimi bulmak istiyorsanız; $y=f(x)$ fonksiyonunun y ve x 'in değişimlerine bakıp kolayca söyleyebilirsiniz. $x=x_0$ için $y=f(x_0)$ 'dır ve x_0 daki Δ kadarlık değişimi h ile gösterirsek, $x=x_0+h$ için $y=f(x_0+h)$ 'tır. Bunun zamana göre yol grafiği olduğunu düşünelim ve sizin ortalama hızınızı bulmak için bu değişimi nasıl kullanacağımıza bakalım:

x_0 ve x_0+h aralığında ki ortalama hızınız için $\Delta f/\Delta x$ bağıntısını kullanabilirsiniz. Buradan kolayca ortalama hızınızı $(f(x_0+h)-f(x_0))/(x_0+h-x_0) = (f(x_0+h)-f(x_0))/h$ olarak bulursunuz hatta bu fonksiyonun **sekant** çizgisidir. Buraya kadar kolaydı ve ortalama olan şeyleri bulmak kolaydır zaten. Peki anlık değişimleri nasıl bulabilirsiniz?

(x_0+h) 'ın fonksiyonu kestiği noktaya Q ve x_0 'ın fonksiyonu kestiği noktaya P diyelim. Bizim de işimiz gücümüz yok tabii, x_0 'da ki anlık değişimi bulup anlık hızımızı öğrenmek istiyoruz...

$(f(x_0+h)-f(x_0))/h$ fonksiyonu bizim ortalama hızımızı verir. Yalnız, Q noktasını P

noktasına öyle çok yaklaştırırsanız ve aradaki mesafe 0'a yaklaşırsa, bu seferde anlık hızımızı buluruz. Yani x_0 'daki teğetin eğimini elde etmiş oluruz ki, bu da fonksiyonun x_0 'daki türevidir ve $f'(x_0)$ olarak gösterilir. Yani siz zamanı ne kadar azaltırsanız (Q noktasını P noktasına ne kadar çok yaklaştırırsanız) bu size anlık şeyler hakkında daha iyi bir fikir verir ve 0'a çok çok yakınken 0 gibiyken anlık değerler veririr.



Yukarıdaki notasyonlar **eğimin** ne olduğunu söyler bu da belli noktadaki **türevdir** yani $x \rightarrow 0$ 'a giderken limitin aldığı değerdir.

Geldik integralin ne olduğunu anlatmaya. İntegral genel olarak fonksiyonun altında kalan alanı, o fonksiyonun hacmini, belirli bir eksen etrafında belli bir derece döndürdükten sonra oluşan hacmi gösterir.



Bu fonksiyonu ele alalım bu sefer de fonksiyonun x-eksenindeki iki nokta x ve $x+h$ olsun, eğer altındaki alanı hesaplamak isterseniz yukarıdaki kırmızı dikdörtgen gibi dikdörtgenler çizip bunu lisede gördüğünüz **sigma** notasyonunda ifade edip toplamı bulursunuz. Ama fark ettiğiniz gibi toplam kesin olmaz. Ancak h mesafesini gittikçe sifıra yaklaştırırsak ve bu ufacık dikdörtgenlerin alanlarını toplarsak bu bize tam anlamıyla **$y=f(x)$** fonksiyonunun altındaki alanı verir. Gösterimi de aşağıdaki gibidir:



Eyüp Gürses

Kapak fotoğrafı: Nancy (mathbff)

<https://www.youtube.com/watch?v=jLLxgwCt6o>